

07

गणित (म. प्र.) : कक्षा X | 29

हल : यदि किसी प्राकृत संख्या n के लिए, संख्या 6^n अंक 0 पर समाप्त होती तो वह 5 से विभाज्य होगी अर्थात् 6^n के अभाज्य गुणखण्डन में अभाज्य संख्या 5 आनी चाहिए। यह संभव नहीं है क्योंकि $6^n = (2 \times 3)^n$ है। इसी कारण 6^n के गुणखण्डन में केवल अभाज्य संख्याएँ 2 और 3 ही आ सकती हैं। अंकगणित की आधारभूत प्रमेय की अद्वितीयता हमें यह निश्चित कराती है कि 6^n के गुणखण्ड में 2 और 3 के अतिरिक्त और कोई अभाज्य गुणखण्ड नहीं हैं। इसलिए ऐसी कोई प्राकृत संख्या n नहीं है, जिसके लिए संख्या 6^n अंक 0 पर समाप्त होगी।

उत्तर

08

3, 8, 13, ..., 253

$$a_1 = 3 \quad d = 8 - 3 = 5$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$253 = 3 + (n-1)5$$

$$253 - 3 = 5n - 5$$

$$250 + 5 = 5n$$

$$255 = 5n$$

$$n = \frac{255}{5}$$

$$n = 51$$

(iii) $x^2 + 7x + 10$

माना, $p(x) = x^2 + 7x + 10$

तब, $x^2 + 7x + 10 = 0$

$$x^2 + 5x + 2x + 10 = 0$$

$$x(x+5) + 2(x+5) = 0$$

$$(x+2)(x+5) = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ या } x = -5$$

अतः $p(x)$ के शून्यक -2 एवं -5 होंगे।

उत्तर

$$\text{अब शून्यकों का योग} = -2 + (-5) = -7 = \frac{-7}{1}$$

$$= \frac{-(x \text{ का गुणांक})}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = (-2) \times (-5) = 10 = \frac{10}{1}$$

$$= \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

अतः सम्बन्ध सत्य है।

09

लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. किसी ΔPQR की भुजाओं PQ और PR पर क्रमशः बिंदु E और F स्थित हैं। बताइए कि क्या $EF \parallel QR$ है:

$PE = 3.9$ cm, $EQ = 3$ cm, $PF = 3.6$ cm और $FR = 2.4$ cm.

हल :

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{3.9}{3} = \frac{1.3}{1} \quad \dots (1)$$

$$\frac{PF}{FR} = \frac{3.6}{2.4} = \frac{1.5}{1} \quad \dots (2)$$

समी. (1) और समी. (2) से, हम पाते हैं—

$$\frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{FR}$$

$\Rightarrow EF, \Delta PQR$ की भुजाओं PQ और PR को एक ही अनुपात में विभाजित नहीं करती है।

\therefore आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विरोध से, $EF \parallel QR$ नहीं है।

उत्तर

or. 10

गणित (म. प्र.) : कक्षा X | 87

हल : ΔABC में, \therefore

$$DE \parallel BC$$

 \therefore

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

[आधार समानुपातिकता प्रमेय से]

 \Rightarrow

$$\frac{AD}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$$

 \Rightarrow

$$AD = \frac{7.2 \times 1.8}{5.4}$$

 \Rightarrow

$$AD = 2.4 \text{ cm.}$$

उत्तर

प्रश्न 4 हो समरूप त्रिभुज ΔABC और ΔDEF में $\angle A = 45^\circ$, $\angle D = 45^\circ$, $\angle E = 100^\circ$ हो $\angle C =$

(11)

प्रथम पद $a = 4$
 अंतर $d = -3$

AP के लगातार चार पद

प्रथम पद $a = 4$

द्वितीय पद $= a + d = 4 - 3 = 1$

तृतीय पद $= a + 2d = 4 + 2(-3) = 4 - 6 = -2$

चौथा पद $= a + 3d = 4 + 3(-3) = 4 - 9 = -5$

(17)

$2 \cos^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ - \cos^2 30^\circ$

$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

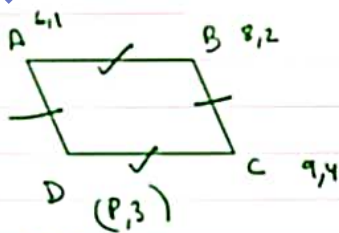
$\therefore \Rightarrow 2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$\Rightarrow 2 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$

$= 2$

12 or 20

यदि बिंदु $A(6, 1)$, $B(8, 2)$, $C(9, 4)$ और $D(p, 3)$ एक समीतर चतुर्भुज के शीर्ष इसी कर्म में हों तो p का मान ज्ञात कीजिये।



$D = 7$

$$AB = DC \quad AD = BC$$

$$D = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$= \sqrt{(9-8)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} = \sqrt{(p-6)^2 + (3-1)^2}$$

$$5 = p^2 - 12p + 36 + 4$$

$$0 = p^2 - 12p + 35 \quad (1)$$

$$AB = \sqrt{(8-6)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \checkmark$$

$$DC = \sqrt{(9-p)^2 + (4-3)^2} \checkmark$$

$$5 = 81 + p^2 - 18p + 1$$

$$0 = p^2 - 18p + 82 - 5 - 25$$

CT distribut

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. बिन्दु $A(-5, 7)$ एवं $B(-1, 3)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल : $A(-5, 7) = (x_1, y_1)$, $B(-1, 3) = (x_2, y_2)$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1+5)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{(4)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ मात्रक।}$$

उत्तर

प्रश्न 2. क्या बिन्दु $A(1, 7)$, $B(4, 2)$, $C(-1, 1)$ एवं $D(-4, 4)$ एक वर्ग के शीर्ष हैं ?

हल : $AB = \sqrt{(4-1)^2 + (2-7)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

$$BC = \sqrt{(-1-4)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$$

$$CD = \sqrt{(-4+1)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$$

$$AD = \sqrt{(-4-1)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$$

विकर्ण $AC = \sqrt{(-1-1)^2 + (-1-7)^2} = \sqrt{4+64} = \sqrt{68}$

$$BD = \sqrt{(-4-4)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{64+4} = \sqrt{68}$$

\therefore भुजा $AB = BC = CD = AD$ एवं विकर्ण $AC = BD$

\therefore ABCD एक वर्ग है।

गणित (म. प्र.) : कक्षा X | 39

प्रश्न 2. $4u^2 + 81u$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।

(म. प्र. 2023)

हल : माना $p(u) = 4u^2 + 81u = 4u(u+2)$

∴ बहुपद का मान शून्य होगा, जब $u = 0$ अथवा $u+2 = 0 \Rightarrow u = -2$.

अतः बहुपद के अभीष्ट शून्यक $= 0$ एवं -2 होंगे।

उत्तर

शून्यक का गुणांकों से संबंध—

अब शून्यकों का योगफल $= 0 + (-2) = -2$

$$= \frac{-(-8)}{4} = \frac{-u \text{ का गुणांक}}{u^2 \text{ का गुणांक}}$$

Or. 14

एवं शून्यकों का गुणनफल $= 0(-2) = 0 = \frac{0}{4}$

$$= \frac{\text{अचर पद}}{u^2 \text{ का गुणांक}}$$

अतः, संबंध सत्य है।

उत्तर

प्रश्न 3. पैरिबक. दिघात. त्रिघात बहुपद का एक-एक उदाहरण परिभाषा सहित लिखिए।

es.

askclasses.

$$\tan \theta = \frac{3}{4} = \frac{p}{b}$$

$$\Rightarrow p = 3k$$

$$b = 4k$$

$$h = 5k$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{b}{h} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}$$

$$h^2 = b^2 + p^2 = h = \sqrt{16k^2 + 9k^2}$$

$$h = \sqrt{25k^2}$$

$$h = 5k$$

15

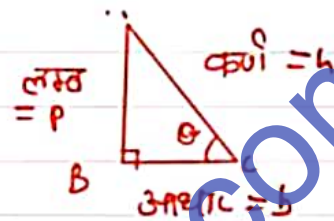
$$\therefore \cos \theta = \frac{4}{5}$$

 doubtful

es.com

ses.com

यदि $\tan \theta = \frac{3}{4}$, तो $\cos \theta$ का मान ज्ञात कीजिए।



$$\tan \theta = \frac{3}{4} = \frac{P}{b}$$

$$\Rightarrow P = 3k$$

$$b = 4k$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{b}{h}$$

$$h = \sqrt{b^2 + P^2} \Rightarrow h = \sqrt{16k^2 + 9k^2}$$

15



प्रश्न 20 प्राकृत संख्याओं का योगफल ज्ञात करें।

$$1+2+3+\dots+n$$

सूत्र: प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योगफल

$$= \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Answer: प्रश्न में
 $n = 50$

$$\frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow \frac{50(50+1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{50 \times 51}{2}$$

$$\frac{2550}{2}$$

$$\Rightarrow 1275$$

16

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती हैं। (म. प्र. 2019, 20, 21, 22)

अथवा

किसी वृत्त के बाह्य बिन्दु से खींची गयी दो स्पर्श रेखायें तुल्य होती हैं। सिद्ध कीजिए। (म. प्र. 2010)

हल : दिया है— PA और PB बाह्य बिन्दु P से वृत्त $C(O, r)$ पर खींची गई दो स्पर्श रेखाएँ हैं।

सिद्ध करना है— $PA = PB$

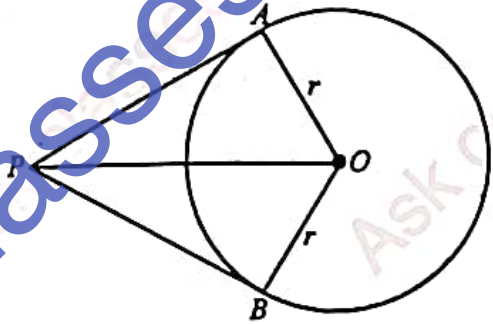
रचना— रेखाखण्ड OA , OP और OB खींचें।

उपपत्ति— $\triangle APO$ और $\triangle BPO$ में,

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ, \text{ (त्रिज्या और स्पर्श रेखा के मध्य समकोण)}$$

$$OP = OP, \text{ (उभयनिष्ठ भुजा)}$$

$$OA = OB, \text{ (वृत्त की त्रिज्या)}$$



प्रश्न 4. दो संकेंद्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 5 सेमी और 3 सेमी हैं। बड़े वृत्त की उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती हो। [CBSE 2008 (C), म. प्र. 2022]

हल : माना कि O दोनों संकेंद्रीय वृत्तों का केंद्र है और AB बड़े वृत्त की जीवा है जो छोटे वृत्त को P पर स्पर्श करती है।

OP को मिलाइए।

चूँकि OP छोटे वृत्त की त्रिज्या है और AB इस वृत्त की P पर स्पर्श रेखा है,

$$\therefore OP \perp AB$$

हम जानते हैं कि वृत्त की किसी भी जीवा से किसी वृत्त के केंद्र से खींचा जाने वाला लंब जीवा को प्रतिच्छेद करता है।

अतः $OP \perp AB$ और $AP = BP$

समलंब $\triangle APO$ में, हमारे पास है

$$OA^2 = AP^2 + OP^2$$

$$\Rightarrow 5^2 = AP^2 + 3^2$$

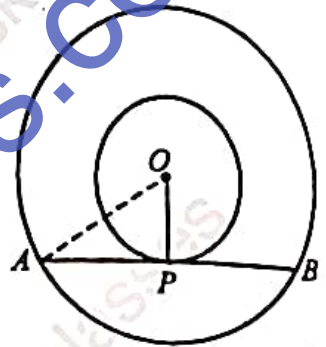
$$\Rightarrow AP^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\Rightarrow AP = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{अब, } AB = 2AP, \quad (\because AP = BP)$$
$$= 2 \times 4 = 8$$

अतः बड़े वृत्त की जीवा की लंबाई, जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है, 8 cm है।

उत्तर



or. 18

$$\Rightarrow k = \pm 2\sqrt{6}.$$

उत्तर

प्रश्न 3. गुणनखण्ड विधि से वर्ग समीकरण $6x^2 - x - 2 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}\text{हल: } 6x^2 - x - 2 &= 6x^2 + 3x - 4x - 2 \\ &= 3x(2x+1) - 2(2x+1) \\ &= (3x-2)(2x+1)\end{aligned}$$

$$\therefore 3x-2=0 \quad \text{या} \quad 2x+1=0$$

$$x = \frac{2}{3}$$

या

$$x = \frac{-1}{2}$$

उत्तर

प्रश्न 4. क्या $(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$ एक द्विघात समीकरण है ?

$$\text{हल: } (x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$$

दिया गया समीकरण है—

$$= 231 \text{ cm}^2.$$

प्रश्न 4. एक छतरी में आठ ताने हैं, जो बराबर दूरी पर लगे हैं। छतरी को 45 सेमी त्रिज्या का एक सपाट वृत्त मानते हुए इसकी दो क्रमागत तानों के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (म. प्र. 2020)

हल : आठ तानों वाली छतरी पूर्ण वृत्त को आठ बराबर त्रिज्यखण्डों में विभक्त करेगी जिसकी त्रिज्या $r = 45$ सेमी होगी।

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$\text{प्रत्येक त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} = \frac{1}{8} \pi r^2$$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{22}{7} \times (45)^2 = \frac{22275}{28} \text{ सेमी}^2।$$



उत्तर

प्रश्न 5. जहाजों को समुद्र में जलस्तर के नीचे स्थित चट्टानों की चेतावनी देने के लिए, एक लाइट

ज्ञात काजए :

(i) दो संख्याओं का अंतर 26 है और एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है। उन्हें ज्ञात कीजिए।

(म. प्र. 2023)

(ii) दो संपूरक कोणों में बड़ा कोण छोटे कोण से 18 डिग्री अधिक है। उन्हें ज्ञात कीजिए।

(म. प्र. 2020)

हल : (i) माना दो संख्याएँ x और y हैं ($x > y$)। तब, बना रेखिक समीकरण युग्म है :

$$x - y = 26 \quad \dots(1)$$

$$x = 3y \quad \dots(2)$$

समी. (2) से x के मान को समी. (1) में प्रतिस्थापित करने पर, हम प्राप्त करते हैं :

$$3y - y = 26$$

$$\Rightarrow 2y = 26$$

$$\Rightarrow y = \frac{26}{2} = 13$$

y के इस मान को समी. (2) में प्रतिस्थापित करने पर, हम प्राप्त करते हैं :

$$x = 3 \times 13 = 39$$

अतः, अभीष्ट संख्याएँ 39 और 13 हैं।

उत्तर

or. 21

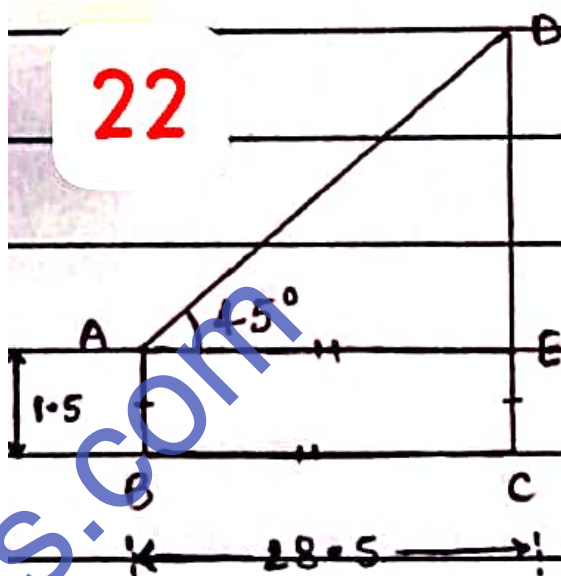
सत्यापन : $x = 39$ और $y = 13$ को प्रतिस्थापित करने पर, हम पाते हैं कि दोनों समीकरण (1) और (2) संतुष्ट हो जाते हैं। जैसा कि नीचे दिखाया गया है :

$$x - y = 39 - 13 = 26$$

$$3y = 3 \times 13 = 39 = x$$

अतः प्राप्त हल सही है।

22



$$AB \text{ (Man)} = 1.5 \text{ m.}$$

$$BC = 28.5 \text{ m.}$$

Height of chimney = CD

$$\text{In } \triangle ADE, \tan 45^\circ = \frac{DE}{AE} = \frac{DE}{BC}$$

$$1 = \frac{DE}{28.5} \Rightarrow DE = 28.5$$

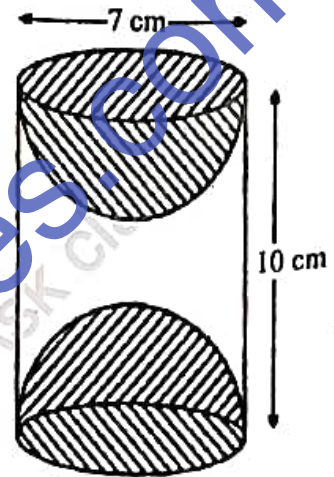
$$\begin{aligned} \text{Height} = DC &= DE + EC = 28.5 + 1.5 \\ &= \underline{30 \text{ m}} \text{ Ans.} \end{aligned}$$

ऊँचाई 0-08

प्रश्न 3. लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्धगोला खोदकर निकालते हुए एक वस्तु बनाई गई है, जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10cm है और आधार की त्रिज्या 3.5cm है, तो इस वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{हल : वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2\pi(3.5)(10) + 2[2\pi(3.5)^2] \\ &= 70\pi + 49\pi = 119\pi \\ &= 119 \times \frac{22}{7} = 17 \times 22 = 374 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

उत्तर



or. 23

138 | युगबोध परीक्षा बोध

$$\begin{aligned} \therefore \quad & \Delta APO \cong \Delta BPO \\ \Rightarrow & PA = PB. \end{aligned}$$

प्रश्न 2. एक बिन्दु P से जो वृत्त के केन्द्र से 10 सेमी की दूरी पर है, वृत्त की स्पर्श रेखा की लम्बाई 8 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल : बिन्दु P की वृत्त के केन्द्र O से दूरी $OP = 10$ सेमी

स्पर्श रेखा की लम्बाई $PQ = 8$ सेमी

वृत्त की त्रिज्या $OQ = ?$



यही सिद्ध करना था।