

त्रैमासिक परीक्षा 2023-24

विषय : गणित

कक्षा : 12 सेट A

समय : 3 घंटे

पूर्णांक : 80

निर्देश :

1. सभी प्रश्न हल करना आवश्यक है।
2. प्रश्नों के लिए आवंटित जगह उनके सम्मुख अंकित हैं।
3. प्रश्न क्र. 1 से प्रश्न क्र. 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं।
4. प्रश्न क्र. 6 से प्रश्न 23 तक प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिया गया है।

प्र.1. सही विकल्प चुनकर लिखिए।

$$1 \times 6 = 6$$

(i). यदि फलन $f: R \rightarrow R$ जो $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित है तो f है:

- (a) एकैकी आच्छादक है। (b) एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।
(c) आच्छादक है किन्तु एकैकी नहीं। (d) एकैकी आच्छादक दोनों नहीं है।

(ii). यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ है। निम्न में से कौन सा तुल्यता संबंध नहीं है:

- (a) $\{(1, 2), (2, 2), (3, 3)\}$ (b) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 1)\}$
(c) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 3), (3, 2)\}$ (d) इनमें से कोई नहीं

(iii). $\tan^{-1}(1)$ का मुख्य मान होता है :

- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

(iv) आव्यूह $A_{m \times n}$ व $B_{l \times p}$ का गुणनफल AB परिभाषित होगा यदि

(a) $m = n$ (b) $n = l$ (c) $l = p$ (d) $m = p$

(v). यदि $\sin^{-1} \frac{1}{x} = y$ तब

(a) $0 \leq y \leq \pi$ (b) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ (c) $0 < y < \pi$ (d) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

निम्न आव्यूह सममित आव्यूह है -

(a) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

प्र.2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये

(i). पंक्ति आव्यूह में पंक्तियों की संख्या होती है।

(ii). a^x का x के सापेक्ष अवकलन है।

(iii). $\operatorname{cosec}^{-1}x$ का प्राकृत है।

(iv). दो व्युत्क्रमणीय आव्यूह A और B के लिये $(AB)^{-1} = \dots\dots\dots$

(v). $f(x) = \cos x$ से प्रदत्त फलन अंतराल $(0, \frac{\pi}{2})$ में है।

(vi). दो आव्यूहों का योग ज्ञात करने के लिये यह आवश्यक है कि उनको कोटियाँ हों

(vii). $\cos 2x$ का x के सापेक्ष अवकलन है।

प्र.3. सही जोड़ी मिलाइए :

(i) $(AB)^{-1}$

(ii) $|AB|$

(iii) $A \cdot (\text{adj}A)$

(iv) A^{-1}

(v) व्युत्क्रमणीय आव्यूह

(vi) अव्युत्क्रमणीय आव्यूह

(a) $|A||B|$

(b) $|A|I$

(c) $|A|=0$

(d) $|A| \neq 0$

(e) $B^{-1}A^{-1}$

(f) $\frac{\text{adj}A}{|A|}$

$1 \times 6 = 6$

प्र.4. एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिये :

1 × 7 = 7

(i). 2×2 कोटि का तत्समक आव्यूह लिखिए।

(ii). $\sin^{-1}(1)$ का मुख्य मान लिखिए।

(iii). x के सभी वास्तविक मानों के लिए $\frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$ का न्यूनतम मान क्या है ?

(iv) यदि $\begin{bmatrix} 1 & a \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ है तो a का मान क्या है ?

(v). $e^x \cos x$ का x के सापेक्ष अवकलज लिखिए।

(vi). $\cos(\sec^{-1}x + \operatorname{cosec}^{-1}x)$, $|x| \geq 1$ का मान लिखिये।

(vii) यदि 2×2 आव्यूह A के लिये $|A| = 18$ है, तो $|\operatorname{adj}A|$ ज्ञात कीजिये।

प्र.5. निम्नलिखित के लिए सत्य / असत्य लिखिए

1 × 6 = 6

- (i). यदि संबंध R समुच्चय A में स्वतन्त्र, सममित एवं संक्रामक है तो संबंध R समुच्चय A में एक तुल्यता संबंध कहलाता है।
- (ii). $\cos^{-1}x$ का प्रांत $K = (-1, 1)$ है।
- (iii). प्रत्येक अवकलनीय फलन सतत् होता है।
- (iv). $[x(x-1)+1]^{\frac{1}{3}}$ का उच्चतम मान शून्य है।
- (v). $\sin 3x$ का अवकलन गुणांक $\cos 3x$ होता है।
- (vi). स्तम्भ आव्यूह में स्तंभों की संख्या एक होती है।

प्र.6. यदि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा $f = \{(1, 4) (2, 5) (3, 6)\}$ A से B पर एक फलन है तो दिखाइए कि f एकैकी है।

अथवा

सिद्ध कीजिये कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 2) (2, 1)\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध R सममित है।

प्र. 7. सरल कीजिये $\cos \theta \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} + \sin \theta \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$

अथवा

X का मान ज्ञात कीजिये यदि $Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ और $2X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

प्र. 8. $x = 3$ पर फलन $f(x) = 2x^2 - 1$ के सततता की जाँच कीजिए

अथवा

क्या फलन $f(x) = x^2 - \sin x$ $x = \pi$ पर सतत है ?