त्रैमासिक परीक्षा 2023-24

विषय : गणित

कक्षा : 12 सेट A

समय : 3 घंटे | पूर्णांक : 80

निर्देश :

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. प्रश्नों के सिर आगे दिए गए अंक उनके पूर्णांक अंक हैं।
3. प्रश्न क्र. 1 से प्रश्न 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं।
4. प्रश्न क्र. 6 से प्रश्न 13 तक प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिया गया है।

प्र.1. सही विकल्प चुनकर लिखिए

(i). यदि फलन $f: R \to R$ जो $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित है तो f है :

(a) एकैकी आच्छादक है। (b) एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।

(c) आच्छादक है किन्तु एकैकी नहीं (d) एकैकी आच्छादक दोनों नहीं है।

(ii). यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ हो निम्न में से कौन सा तुल्यता संबंध नहीं है।

(a) $\{(1,2), (2,2), (3,3)\}$ (b) $\{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,1)\}$

(c) $\{(1,1), (2,2), (3,3), (2,3), (3,2)\}$ (d) इनमें से कोई नहीं

(iii). $tan^{-1}(1)$ का मुख्य मान होता है

(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

(iv) आव्यूह $A_{m \times n}$ व $B_{l \times p}$ का गुणनफल AB परिभाषित होगा यदि

(a) $m = l$ (b) $n = l$ (c) $l = p$ (d) $n = p$

(v). यदि $sin^{-1}\frac{1}{x} = y$ तब

(a) $0 \leq y \leq \pi$ (b) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ (c) $0 < y < \pi$ (d) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(vi). निम्न आव्यूह सममित आव्यूह है -

(vii). $Cos2x$ का x के सापेक्ष अवकलज ---------- 4

प्र.3. सही जोड़ी मिलाइए :

(i)	$(AB)^1$	(a)	$\|A\|\|R$
(ii)	$\|AB\|$	(b	$\|A\|I$
(iii)	$A.(adjA)$	(c)	$\|A\|=0$
(iv)	1	(d)	$\|A\| \neq 0$
(v)	व्युत्क्रमणीय आव्यूह	(e)	B^1A^1
(vi)	अव्युत्क्रमणीय आव्यूह	(f)	$\frac{adjA}{\|A\|}$

प्र.4. एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिये :

(i). 2×2 कोटि का तत्समक आव्यूह लिखिए ।

(ii). $Sin^{-1}(1)$ का मुख्य मान लिखिए ।

(iii). x के सभी वास्तविक मानों के लिए $\frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$ का न्यूनतम मान क्या है ?

(iv) यदि $\begin{bmatrix} 1 & a \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ है तो a का मान क्या है ?

(v). $e^x \cos x$ का x के सापेक्ष अवकलज लिखिए ।

(vi). $\cos(sec^{-1}x + cosec^{-1}x), |x| \geq 1$ का मान लिखिये।

(vii) यदि 2×2 आव्यूह A के लिये $|A| = 18$ है, तो $|adjA|$ ज्ञात कीजिये।

प्र.5. निम्नलिखित के लिए सत्य / असत्य लिखिए :

(i). यदि संबंध R समुच्चय A मे स्वतत्व्य सममित एव सक्रामक है तो संबंध R समुच्चय A मे एक तुल्यता संबध कहलाता है ।

(ii) $cos^{-1}x$ का प्रांत $R-(-1,1)$ है ।

(iii). प्रत्येक अवकलनीय फलन सतत् होता है।

(iv). $[x(x-1)+1]^{\frac{1}{3}}$ का उच्चतम मान शून्य है ।

(v). $Sin3x$ का अवकलन गुणांक $Cos3x$ होता है ।

(vi). स्तम्भ आव्यूह मे स्तंभों की संख्या एक होती है ।

प्र.6. यदि $A = \{1,2,3,\}$ $B = \{4,5,6,7\}$ तथा $f = \{(1,4)(2,5)(3,6)\}$ A से B पर एक फलन तो दिखाइए कि f एकैकी है ।

अथवा

सिद्ध कीजिये कि समुच्चय $\{1,2,3\}$ मे $R = \{(1,2)(2,1)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R सममित

प्र.7. सरल कीजिये $\cos\theta \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} + \sin\theta \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$

अथवा

X का मान ज्ञात कीजिये यदि $Y = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ और $2X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

AskClassee.com

प्र. 8. $x = 3$ पर फलन $f(x) = 2x^2 - 1$ के सततता की जाँच कीजिए

अथवा

क्या फलन $f(x) = x^2 - \sin x + 5$, $x = \pi$ पर सतत है ?

प्र.9. वृत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या r^2 के सापेक्ष ज्ञात कीजिये जबकि $r = 5cm$ 2

अथवा

सिद्ध कीजिए $f(x) = \sin x$ से प्रदत्त फलन अन्तराल $(0, \frac{\pi}{2})$ में निरंतर वर्धमान है

प्र.10. $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

. दर्शाइए कि $\sin^{-1}(x) + \cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$, $x \in (1, -1)$

प्र.11. सिद्ध कीजिये कि एकैकी फलन $f: \{1,2,3\} \to \{1,2,3\}$ अनिवार्य रूप से आच्छादक भी है। 2

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \to R$ न तो एकैकी है और न आच्छादक है

प्र.12. $\tan^{-1}\left[\tan\frac{7\pi}{6}\right]$ का मान ज्ञात कीजिए 2

अथवा

दर्शाइए कि $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\cos^{-1}x$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le 1$

प्र.13. अंतराल ज्ञात कीजए जिनमें $f(x) = 2x^2 - 3x$ से प्रदत्त फलन f निरंतर वर्धमान है 2

अथवा

किसी उत्पाद की x इकाईयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रूपए में $R(x) = 3x^2 + 4x + 6$ से प्रदत है, जब $x = 3$ है तो सीमांत आय क्या होगी ?

प्र.14. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ तो A^2 ज्ञात कीजिये। 2

अथवा

$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} [2 \quad 3 \quad 4]$ का मान ज्ञात कीजिये।

प्र.15. यदि $ax + by^2 = \cos y$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए

अथवा

$f(x) = \sin x^2$ का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिये |

प्र.16. $\tan\left[2\cos\left(2\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $\tan^{-1}\frac{x-1}{x-2} + \tan^{-1}\frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.17. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ तो सत्यापित कीजिये $(A + B)' = A' + B'$

अथवा

वर्ग आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ को सममित एवं विषम सममित आव्यूहों के योग के रूप में प्रदर्शित कीजिये |

प्र. 18. फलन $\sin x + \cos x$ का महतम मान ज्ञात कीजिये | 3

अथवा

$f(x) = x^3 - 3x + 3$ द्वारा प्रदत फलन के लिए स्थानीय उच्चतम और स्थानीय निम्नतम के सभी बिंदुओं को ज्ञात कीजिए।

प्र.19. सिद्ध कीजिए कि पूर्णांको के समुच्चय $R = (a,b)$ 'संख्या $2,(a-b)$ को विभाजित करती है' द्वारा प्रदत संबंध एक तुल्यता संबंध है। 3

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $f(1) = f(2) = 1$ तथा $x > 2$ के लिए $f(x) = x - 1$ द्वारा प्रदत फलन $f: N \to N$ आच्छादक तो है किन्तु एकैकी नहीं है।

प्र.20. यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 4 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिये $A.(adjA) = |A|.I$

अथवा

गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिये

$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$$

प्र.21. यदि $x\sin(a+y) + \sin a \cos(a+y) = 0$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a+y)}{\sin a}$

अथवा

$x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$ का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।

प्र.22. सिद्ध कीजिए कि न्यूनतम पृष्ठ का दिए आयतन के लंब वृतीय शंकु की ऊँचाई आधार की त्रिज्या की $\sqrt{2}$ गुनी होती है। 4

अथवा

यदि अंतराल $[0,2]$ में $x = 1$ पर फलन $x^4 - 62x^2 + ax + 9$ उच्चतम मान प्राप्त करता है तो a का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.23. सिद्ध कीजिये कि $\cos^{-1}\frac{12}{13} + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \sin^{-1}\frac{56}{65}$ 4

સાચો વિકલ્પ

① (a) દરેકનો અક્ષાયક હોય
② (d) એમાંથી કોઈ નહીં
③ (c) $\frac{\pi}{4}$
④ (b) $n=1$
⑤ (b) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
⑥ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

ખાલી સ્થાન

① દરેક
② $a^x \log a$
③ $R-(-1,0)$
④ $B^{-1}A^{-1}$

સાચી જોડી

① (a) $(AB)^{-1}$ (e) $B^{-1}A^{-1}$
② (d) $|AB|$ (a) $|A||B|$
③ (b) $A.(adjA)$ (b) $|A|I$
④ (f) A^{-1} $\frac{adjA}{|A|}$
⑤ (c) વ્યુત્ક્રમિય માત્રક (d) $|A| \neq 0$
⑥ (e) અવ્યુત્ક્રમિય માત્રક (c) $|A| = 0$

સત્ય/અસત્ય

① સત્ય
② અસત્ય
③ સત્ય
④ અસત્ય
⑤ અસત્ય
⑥ સત્ય

દરેક વાક્ય

① $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
② $0, \frac{\pi}{2}$
③ $\frac{1}{3}$
④ 3
⑤ $e^x[-\sin x + \cos x]$
⑥

$-2\sin 2x$

$-4\sin x$

MATH

(i) (a) एकैकी आच्छादक है।

(ii) (a) $\{(1,2)(2,2)(3,3)\}$

(iii) (c) 1/4

(iv) (b) $n=1$

(v)

(vi) (c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

(2) (i) एक

(ii)

(iii) $R-(-1,1)$

(iv)

(v)

(vi) समान

(vii) $-4\sin x$

realme Shot by aDITY@

(3)

(i) → $B^{-1}A^{-1}$

(ii) → $|A||B|$

(iii) → ~~adj A / |A|~~ $|A| \cdot I$

(iv) → adj A / |A|

(v) → $|A| \neq 0$

(vi) → $|A| = 0$

(4)

(i) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(ii) $\pi/2$

(iii) 8

(iv) 3

(v) $e^x \cos x - e^x \sin x$

(vi) 0

(vii)

$\cos(\sec^{-1} x + \text{cosec}^{-1} x)$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\cos\left(\frac{180^\circ}{2}\right)$

$\cos 90$

$= 0$

realme Shot by aDITY@

Credit- [illegible]

Class - 12th (Maths)

Answer no. (4)

(1) $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(2) $\frac{\pi}{2}$

(3) $2/3$

(4) $a = 1$

(5) $e^x(-\sin x)$

(6)

(7) $|adj A| = 22$

AskClassee.com

(3)

(i) ✓

(ii) ✗

(iii) ✓

(iv)

(v) ✗

(vi) ✓

(8) $f(x) = 2x^2 - 1$

LHL $f(3-0) \lim_{x \to 3^-} f(x)$

$$\lim_{x \to 3^-} 2x^2 - 1$$

$$\lim_{x \to 3^-} 2x^2 - 1$$

$$= 2 \times (3)^2 - 1$$

$$= 17 \quad -(1)$$

Answer Question no. (5)

(i) सत्य

(ii) सत्य

(iii) सत्य

(iv) असत्य

(v) असत्य

(vi) सत्य

21e · bandu baba
023 17:52

AskClassee.com

Que 7 Ans

$$\cos\theta \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} + \sin\theta \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$$

Sol $\begin{bmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta \\ -\sin\cos\theta & \cos^2\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin^2\theta & -\cos\theta\sin\theta \\ \cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} \cos^2\theta+\sin^2\theta & \cos\theta\sin\theta - \cos\theta\sin\theta \\ -\sin\theta\cos\theta + \cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta+\sin^2\theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

अथवा

x का मान ज्ञात कीजिए यदि $y = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$ और यदि

$$2x + y = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

Sol $y = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$

$$2x = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} - y$$

$$2x \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2x = \begin{bmatrix} 1-3 & 0-2 \\ -3-1 & 2-4 \end{bmatrix}$$

$$2x = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Ans

Que 8 Ans

$x=3$ पर फलन $f(x) = 2x^2 - 1$ के सांतत्य की जाँच कीजिए।

$f(x) = 2x^2 - 1$

$x = 3+h$ रखने पर

जब $x \to 3$ तब $h \to 0$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{h \to 0} 2(3+h)^2 - 1$$

$$= 2(3+0)^2 - 1$$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = 18 - 1$$

$$= 17$$

$x = 3-h$ रखने पर

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{h \to 0} 2(3-h)^2 - 1$$

$$= 2(3-0)^2 - 1$$

$$= 17$$

$f(3) = 2(3)^2 - 1 = 2 \times 9 - 1 = 17$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^-} f(x) = f(3)$$

अतः दिया गया फलन $x=3$ पर संतत है।

Q.9Ans

वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात
त्रिज्या r के सापेक्ष ज्ञात कीजिए जब
$r = 5$ cm

माना वृत्त का क्षेत्रफल A है।

$$A = \pi r^2$$

$$\frac{dA}{dr} = \frac{d}{dr}(\pi r^2) = \frac{dA}{dr} = 2\pi r$$

$r = 5$

$$\left(\frac{dA}{dr}\right)_{r=5} = 2\pi \times 5$$

$$= 10\pi \text{ cm}^2/\text{second}$$

Q.10Ans

Question 11 Ans

$f(-1) = 1 = f(1)$

-2

-2

$\tan^{-1}\left|\tan\frac{7\pi}{6}\right|$ का मान

$= \tan^{-1}\left[\tan\frac{7\pi}{6}\right] =$

$\tan^{-1}\left[\tan\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)\right]$

$f'(1) = \frac{1}{\quad} = 1/2$

$\therefore$ f [illegible] है।

यहाँ पर R का [illegible] -2 तथा R के किसी भी अवयव x का प्रतिबिंब नहीं है अतः f आच्छादक नहीं है।

प्रश्न 12 उत्तर

$\tan^{-1}\left|\tan\frac{7\pi}{6}\right|$ का मान

Sol: $\tan^{-1}\left[\tan\frac{7\pi}{6}\right] =$

$\tan^{-1}\left[\tan\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)\right]$

$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ में $\tan^{-1}\theta$ की परास प्रधान शाखा है।

$= \tan^{-1}\left[\tan\frac{\pi}{6}\right] = \frac{\pi}{6}$

$\therefore \tan^{-1}(\tan x) = x$

Que 13 Ans

अंतराल ज्ञात कीजिए | जिनमें $f(x) = 2x^2 - 3x$ से प्रदत्त फलन f निरंतर वर्धमान है।

Sol: $f(x) = 2x^2 - 3x$

$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx}(2x^2 - 3x)$

$f'(x) = 4x - 3$

$f'(x) = 0$

$4x - 3 = 0$

$x = \frac{3}{4}$

$f'(x) = 0$ से $\frac{3}{4}$ प्राप्त होता है।

$x = \frac{3}{4}$ वास्तविक रेखा को दो अंतरालों में $(-\infty, \frac{3}{4})$ और $(\frac{3}{4}, \infty)$ में विभाजित करता है।

$(-\infty, \frac{3}{4})$ में $f'(x) = 4x - 3 < 0$

अतः अंतराल $(-\infty, \frac{3}{4})$ में फलन f वर्धमान है।

$(\frac{3}{4}, \infty)$ में $f'(x) = 4x - 3 > 0$

अतः अंतराल $(\frac{3}{4}, \infty)$ में फलन वर्धमान है।

Que 14 Ans

$\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix}_{3\times1}$ $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}_{1\times3}$

Sol $AB = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix}_{3\times1} \times \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}_{1\times3}$

$$AB = \begin{bmatrix} 1\times2 & 1\times3 & 1\times4 \\ 2\times2 & 2\times3 & 2\times4 \\ 3\times2 & 3\times3 & 3\times4 \end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 9 & 12 \end{bmatrix}$$

Que 15 Ans:

$f(x) = \sin x^2$ का x के सापेक्ष अवकल ज्ञात कीजिए।

Sol: $f(x) =$

$$= \sin^{-1}\left[\frac{5}{13}\times\frac{4}{5} + \frac{3}{5}\times\frac{12}{13}\right]$$

$$= \sin^{-1}\left[\frac{20+36}{65}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{56}{65}\right]$$

AskClassee.com

Ques 16 Answer

$$\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=\frac{\pi}{4}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right)=\tan^{-1}1-\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right)=\tan^{-1}\left[\frac{1-\frac{x+1}{x+2}}{1+1\cdot\frac{x+1}{x+2}}\right]$$

$$\frac{x-1}{x-2}=\frac{(x+2)-(x+1)}{(x+2)+(x+1)}$$

$$\frac{x-1}{x-2}=\frac{(x-2)-(x+1)}{(x+2)+(x+1)}$$

$$\frac{x-1}{x-2}=\frac{1}{2x+3}$$

$$(2x+3)(x-1)=x-2$$

$$2x^2-2x+3x-3=x-2$$

$$2x^2+x-3=x+2$$

$$2x^2-3=1-2$$

$$2x^2=-2+3$$

$$x^2=\frac{1}{2}$$

$$x=\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

Ans

Ques 20 Answer 31210

$$\begin{vmatrix} b+c & q & q \\ b & c+q & b \\ c & c & q+b \end{vmatrix} = 4qbc$$

Hint $\Delta = \begin{vmatrix} b+c & q & q \\ b & c+q & b \\ c & c & q+b \end{vmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} b+c-b-c & q-c & q-b \\ b & c+q & b \\ c & c & q+b \end{vmatrix}$$

$$\left[R_1 \to R_1 - R_2 - R_3 \right]$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & -2c & -2b \\ b & c+q & b \\ c & c & q+b \end{vmatrix}$$

$$\Delta = 2c \begin{vmatrix} b & b \\ c & q+b \end{vmatrix} - 2b \begin{vmatrix} b & c+q \\ c & c \end{vmatrix}$$

R & 2 नीचे से

$$\Delta = 2c\left[2b+b^2-bc\right] - 2b\left[bc-c^2-cq\right]$$

$$\Delta = 2qb + 2cb^2 - 2bc^2 - 2bc + 2bc^2 + 2bcq$$

$$\Delta = 4qbc$$ Result Hence

$u = x^{\sin x}$ (take log)

$\log u = \log x^{\sin x}$

$\frac{1}{u}\frac{du}{dx} = \sin x \cdot \log x$

$= \sin x (\log x)' + \log x (\sin x)'$

$\frac{du}{dx} \Rightarrow (\quad)\sin x + \log x \cdot \cos x$

$x \to x^{\sin x}$

$v = (\sin x)^{\cos x}$ (take log)

$\log v = \log (\sin x)^{\cos x}$

$= \cos x \cdot \log \sin x$

$= \cos x (\log (\sin x))' + \log \sin x (\cos x)'$

$= \cos x \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x + \log \sin x \cdot \sin x$

$\frac{dv}{dx} = (\sin x)^{\cos x} (\cot x \cdot \cos x - \log \sin x \cdot \sin x)$

$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$

$\Rightarrow x^{\sin x}\left[\frac{\sin x}{x} + \cos x \log x\right] + (\sin x)^{\cos x}\left[\cot x \cos x - \sin x \log \sin x\right]$

10). $x^{\cos x} + \frac{x^2+1}{x^2-1}$.

Q11 23 Answer

Prove that $\cos^{-1}\frac{12}{13} + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \sin^{-1}\frac{56}{65}$

Sol: $\cos^{-1}x = \sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$ Proved

LHS

$\cos^{-1}\frac{12}{13} + \sin^{-1}\frac{3}{5}$

$= \sin^{-1}\sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2} + \sin^{-1}\frac{3}{5}$

$= \sin^{-1}\sqrt{1-\frac{144}{169}} + \sin^{-1}\frac{3}{5}$

$= \sin^{-1}\sqrt{\frac{25}{169}} + \sin^{-1}\frac{3}{5}$

$= \sin^{-1}\frac{5}{13} + \sin^{-1}\frac{3}{5}$

$\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \sin^{-1}\left[x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}\right]$ Proved.

LHS

$= \sin^{-1}\left[\frac{5}{13}\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2} + \frac{3}{5}\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}\right]$

$= \sin^{-1}\left[\frac{5}{13}\sqrt{\frac{25-9}{25}} + \frac{3}{5}\sqrt{\frac{169-25}{169}}\right]$

$= \sin^{-1}\left[\frac{5}{13}\sqrt{\frac{16}{25}} + \frac{3}{5}\sqrt{\frac{144}{169}}\right]$

$\cos^{-1} 12/13 + \sin^{-1} 3/5 = \sin^{-1} 56/65$

$\sin^{-1}\frac{5}{13} + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \sin^{-1}\frac{56}{65}$

L.S $\quad \sin^{-1}A + \sin^{-1}B = \sin^{-1}\left[A\sqrt{1-B^2} + B\sqrt{1-A^2}\right]$

$= \sin^{-1}\left[\frac{5}{13}\sqrt{1-\frac{9}{25}} + \frac{3}{5}\sqrt{1-\frac{25}{169}}\right]$

$= \sin^{-1}\left[\frac{5}{13}\sqrt{\frac{25-9}{25}} + \frac{3}{5}\sqrt{\frac{169-25}{169}}\right]$

$= \sin^{-1}\left[\frac{5}{13}\times\frac{4}{5} + \frac{3}{5}\times\frac{12}{13}\right]$

$= \sin^{-1}\left[\frac{4}{13} + \frac{36}{65}\right]$

$= \sin^{-1}$ [illegible] $\sin^{-1}$ 56

$\cos^{-1}\frac{12}{13} = \theta$

$\cos\theta = \frac{12}{13} = \frac{B}{H}$ $\quad B = 12$, $H = 13$

$P^2 = H^2 - B^2$

$P^2 = (13)^2 - (12)^2$

$P^2 = 169 - 144$

$P^2 = 25$

$P = \sqrt{25} = 5$

$\sin\theta = \frac{P}{H} = \frac{5}{13}$

$\theta = \sin^{-1}\frac{5}{13}$

L.H.S = R.H.S