

समय : 3 घंटे

निर्देश :

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. प्रश्नों के लिए आवंटित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
3. प्रश्न क्र. 1 से प्रश्न क्र. 5 तक अनुनिष्ठ प्रश्न हैं,
4. प्रश्न क्र. 6 से प्रश्न क्र. 23 तक प्रत्येक प्रश्न में आवंटित अंक दिए गए हैं।

1 × 6 = 6

प्र. 01 सही विकल्प चुनिए।

1. किसी रिक सम्मुच्च A के लिए (A') का अर्थ है:

(a) A'	(b) A	(c) $A \cup A'$	(d) U
----------	---------	-----------------	---------
2. फलन $f(x) = x$ कहलाता है:

(a) तत्समक फलन	(b) अचर फलन	(c) मापक फलन	(d) चिन्ह फलन
----------------	-------------	--------------	---------------
3. यदि $(3, b-2) = (a+1, 1)$ तो $a+b$ का मान होगा:

(a) 2	(b) -2	(c) 5	(d) 3
-------	--------	-------	-------
4. 450° का राहुवन माप होगा है:

(a) $\frac{2\pi}{3}$	(b) $\frac{\pi}{3}$	(c) $\frac{5\pi}{2}$	(d) $\frac{3\pi}{2}$
----------------------	---------------------	----------------------	----------------------
5. i^{16} का मान होगा:

(a) -1	(b) 1	(c) $\sqrt{-1}$	(d) 0
--------	-------	-----------------	-------
6. $-3-4i$ का वृत्तात्मक प्रतिबिम्ब है:

(a) $\frac{-3}{25} + \frac{4}{25}i$	(b) $\frac{-3}{25} - \frac{4}{25}i$	(c) $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$	(d) $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$
-------------------------------------	-------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------

प्र. 02 रिक स्थान की पूर्ति कीजिए।

1. $A \cap A' = \dots$
2. यदि $A \times B = B \times A$ हो तब सम्मुच्च A और B सम्मुच्च होंगे।
3. यदि $\cos a = \frac{1}{2}$ हो तो $\sin 2a = \dots$ होगा।
4. न्यूनतम संख्या $5-3i$ का संयुजी होगा।
5. x के उन मानों को जो जो दिए गए अवयवों को एक साथ रखने से मिलते हैं, उन्हें अवयवों का कहते हैं।
6. $5x+6y < 7$ एक अवयव है। (सुनिश्चित / अनिश्चित)

1 × 6 = 6

प्र. 03 सत्य / असत्य चुनिए।

1. A या B में से कोई अपरिमित सम्मुच्च है तो $A \times B$ भी अपरिमित सम्मुच्च होता है।
2. $A \times A \times A = \{(a, b, c) : a, b, c \in A\}$, यहाँ (a, b, c) एक क्रमित त्रिक कहलाता है।
3. एक पूर्ण परिक्रमण का 360° भाग एक रेडियन कहलाता है।
4. $A \cup A' = A$
5. $i^4 = \sqrt{-1}$
6. $2x+3y = 4$ एक रेखिक अवयव है।

प्र.05 एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए।

1. यदि समुच्चय A में 4 अवयव हों तो समुच्चय A के कितने उपसमुच्चय होंगे ?
2. एक फलन $f(x) = -5x + 6$ द्वारा परिभाषित है, तो $f(-3)$ का मान लिखिए।
3. एक डिग्री में कितने सेकंड होते हैं ?
4. $i^{-37} + 4$ को $a + ib$ के रूप में व्यक्त कीजिए।
5. सम्मिश्र संख्या $-3 + i$ का मापांक क्या होगा ?

प्र. 06 समीकरण $x^2 + x - 2 = 0$ का हल समुच्चय रोस्टर रूप में लिखिए।

अथवा

मान लीजिए कि किसी समतल में स्थित सभी बिंदुओं का समुच्चय सार्वत्रिक समुच्चय U है। यदि A उन सभी बिंदुओं का समुच्चय है जिनमें कम से कम एक कोण 60° में भिन्न है, तो A' क्या है ?

प्र.07 यदि A और B दो समुच्चय हों तो $B - A$ को वेन आरेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

अथवा

समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ एक सार्वत्रिक समुच्चय है, जिसके $A = \{1, 2, 4\}$ और $B = \{3, 4, 5\}$ उपसमुच्चय हैं। इन्हें वेन आरेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

प्र.08 यदि $f(x) = x^2$ तथा $g(x) = 2x - 1$ हो तो $(f+g)(x)$ और $(f-g)(x)$ ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

यदि $f, g: R \rightarrow R$ क्रमशः $f(x) = x + 1$ $g(x) = 2x - 3$ द्वारा परिभाषित हैं। f, g और $f - g$ ज्ञात कीजिए।

प्र.09 यदि $P = \{a, b, c\}$ और $Q = \{r, s\}$ हो तो $P \times Q$ तथा $Q \times P$ ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

यदि $A \times B = \{(m, q), (p, r), (m, q), (m, r)\}$, जो A और B को ज्ञात कीजिए।

प्र.10 $\sin 15^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

$40^\circ 20'$ को रेडियन माप में बदलिए।

प्र.11 12 रेडियन को डिग्री माप में बदलिए। 2

अथवा

$\cot 75^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.12 $(5 - 3i)^2$ को $a + ib$ के रूप में व्यक्त कीजिए। 2

अथवा

$3 - 5i$ का गुणात्मक प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

प्र.13 $\left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

$\frac{1+i}{2-i}$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

प्र. 14 हल कीजिए: $6x - 15 > 4x - 9$.

अथवा

$48x < 200$, का हल ज्ञात कीजिए जब x एक प्राकृत संख्या है।

प्र. 15 $15x < 100$ का हल ज्ञात कीजिए जब x एक पूर्णांक है।

अथवा

हल कीजिए: $7x + 3 < 5x + 9$ तथा इस हल को संख्या रेखा पर अभिहित कीजिए।

प्र. 16 समुच्चय $\{-1, 0, 1\}$ के सभी उपसमुच्चयों की सूची बनाइए।

अथवा

यदि A, B और C ऐसे समुच्चय हैं कि $A \cup B = A \cup C$ तथा $A \cap B = A \cap C$ तो दर्शाइए कि $B = C$ ।

प्र. 17 यदि $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $R = \{(x, y) : y = x + 1\}$ द्वारा A से A में परिभाषित एक संबंध है। इस संबंध को एक वीर आरेख द्वारा दर्शाइए।

अथवा

यदि N प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है और N पर परिभाषित एक संबंध R इस प्रकार है कि $R = \{(x, y) : y = 2x, x, y \in N\}$ R के प्रांत, महप्रांत तथा परिवर क्या हैं?

प्र. 18 यदि दो वृत्तों के चापों की लंबाई समान हो और वे अपने केंद्र पर क्रमशः 60° तथा 75° का कोण बनाते हैं, तो उनकी त्रिज्याओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

अथवा

निर्दिष्ट कीजिए कि $\frac{\cos 7x + \cos 5x}{\sin 7x - \sin 5x} = \cot x$ ।

प्र. 19 यदि $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^m = 1$, तो m का न्यूनतम पूर्णांक ज्ञात कीजिए।

अथवा

$(-i)(2i)\left(-\frac{1}{8}i\right)^2$ का $a + ib$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

प्र. 20 क्रमागत विषम संख्याओं के ऐसे घुम ज्ञात कीजिए, जिनमें दोनों संख्याएँ 10 से बड़ी हों, और उनका योगफल 40 से कम हो।

अथवा

हल कीजिए: $\frac{5-2x}{3} \leq \frac{x}{6} - 5$ ।

प्र. 21 यदि $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{2, 4, 6, 8\}$ और $B = \{2, 3, 5, 7\}$ तो सर्वप्रथम कीजिए कि $(A \cap B)' = A' \cap B'$ ।

अथवा

यदि $U = \{p, q, r, s, t, u, v\}$, $A = \{q, r\}$, $B = \{s, t\}$ तो $(A \cup B)'$ तथा $A - B$ के मान ज्ञात कीजिए।

प्र. 22 फलन $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x^2 - 5x + 4}$ का प्रांत ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $f = \{(1, 1), (2, 3), (0, -1), (-1, -3)\}$, \mathbb{Z} में \mathbb{Z} से एक रैखिक फलन है, $f(x)$ ज्ञात कीजिए।

प्र. 23 निरदिष्ट कीजिए कि $\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sqrt{2} \cos x$ ।

अथवा

$\tan \frac{\pi}{8}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- | | | |
|------------------------------------|--------------------------------|-----------------------|
| 1) सही विकल्प | 2) रिक्त स्थान | 3) सही विकल्प भाल / अ |
| 1) ϕ | 1) ϕ | 1) सत्य |
| 2) तल्लमक फलन | 2) समान शब्द | 2) असत्य |
| 3) S | 3) $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ | 3) सत्य |
| 4) $\frac{5\pi}{2}$ | 4) $5+3i$ | 4) असत्य |
| 5) L | 5) हल | 5) असत्य |
| 6) $\frac{-3}{25} - \frac{4}{25}i$ | 6) अनिश्चित | 6) सत्य |

- | | |
|----------------------------------|----------------|
| 1) सही मिलान | 2) एक वाक्य |
| 1) $-\cot \theta$ | 1) 16 |
| 2) $A \cup B$ | 2) $2\perp$ |
| 3) $\cos \theta$ | 3) 60° |
| 4) π | 4) $0+4i$ |
| 5) $A \cap B$ | 5) $\sqrt{20}$ |
| 6) $\operatorname{cosec} \theta$ | 6) ϕ |
| 7) ϕ | |

Q.6 Ans: $x^2 + x - 2 = 0$
 $x^2 + 2x - x - 2 = 0$
 $(x^2 + 2x) - (x + 2) = 0$
 $x(x+2) - 1(x+2) = 0$
 $(x+2)(x-1) = 0$
 $x = 2, -1$

$\{1, 2\}$ Answer.

Q.7 Ans:

वेन आरेख



Q.8 Ans: $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x - 1$

i) $(f+g)(x) = x^2 + 2x - 1$

ii) $(f-g)(x) = x^2 - 2x + 1$

9) Ans: $P = \{a, b, c\}$
 $Q = \{r\}$

i) $P \times Q = \{(a, r), (b, r), (c, r)\}$

ii) $Q \times P = \{(r, a), (r, b), (r, c)\}$

10) Ans: $40^\circ 20'$ को रेडियन रूप में -

हम जानते हैं कि $180^\circ = \pi$ रेडियन

इसलिए $40^\circ 20' = 40 \frac{1}{3}$

$= \frac{121}{3}$

$= \frac{121}{3} \times \frac{\pi}{180}$

$40^\circ 20' = \frac{121\pi}{540}$

Ans.

ii) Ans

$$\begin{aligned}
 11) \text{ Ans: } & \cot 75^\circ \\
 & = \cot (45^\circ + 30^\circ) \\
 \cot (A+B) & = \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot A + \cot B} \\
 \cot 75^\circ & = \frac{\cot 45^\circ \cot 30^\circ - 1}{\cot 45^\circ + \cot 30^\circ} \\
 \cot 75^\circ & = \frac{1 \times \sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

$$\cot 75^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}$$

$$\cot 75^\circ = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2}$$

$$\cot 75^\circ = \frac{3+1-2\sqrt{3}}{3-1}$$

$$\cot 75^\circ = \frac{4-2\sqrt{3}}{2}$$

$$\cot 75^\circ = 2 - \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}
 12) \text{ Ans: } & (5-3i)^2 = (5)^2 - (3i)^2 - 3 \times 5 \times 2i + 3 \times 5 \times (3i)^2 \\
 & = 25 - 9(-1) - 30i + 3 \times 5 \times 9i^2 \\
 & = 25 - 27i - 225i + 135(-1) \\
 & = 25 + 27i - 225i - 135 \\
 & = -110 - 198i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13) \text{ Ans: } & \left[1 + \left(\frac{1}{i} \right)^{25} \right]^3 \\
 & = \left[(1)^3 + i^2 + \frac{1}{(1)^3 i} \right]^3 \\
 & = \left[(1)^3 + (-1) + \frac{1}{(1)^3 \times i} \right]^3 \\
 & = \left[1 + (-1) + \frac{1}{1 \times i} \right]^3 \\
 & = \left[-1 + \frac{1}{i} \right]^3 \\
 & = \left[-1 + \frac{1}{i} \times \frac{i}{i} \right]^3 \\
 & = \left[-1 + \frac{i}{i^2} \right]^3
 \end{aligned}$$

es.com

Askclasses.com

$$\begin{aligned}
&= \left[-1 + \frac{-i}{-1} \right]^3 \\
&= [1 + (-i)]^3 \\
&= (-i) [1 + i]^3 \\
&= (-i) [1^3 + 3(1)^2(i) + 3(1)(i)^2 + (i)^3] \\
&= (-i) [1 + 3i + 3(i)^2 + i^3] \\
&= (-i) [1 + 3i + (-1) [1 + 3i - 3 - i]] \\
&= (-i) [-2 + 2i] \\
&= 2 - 2i
\end{aligned}$$

Answer.

14) Sol: $45x < 200$

$$x = \frac{200 - 40}{45} = 4$$

$$x = \frac{40}{9} = 4.44$$

$\therefore \{1, 2, 3, 4\}$ Ans.

15) Sol: $15x < 100$

$$x = \frac{100 - 20}{15} = 5$$

$$x = \frac{20}{3} = 6.66$$

$\therefore \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- 16) Sol: 1. $\{1\}$, 2. $\{0, 1\}$, 3. $\{1\}$
 4. $\{0, 1\}$, 5. $\{0, 1\}$, 6. $\{1, 1\}$
 7. $\{0, 1\}$, 8. $\{0\}$

- 17) Sol: i) परिभाषा द्वारा
 $R = \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}$
 ii) प्रांत = $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
 संबंधित = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 प्रतिमर = $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

es.com

es.com

18] Ans

सर्वसमिकाओं 20(i) तथा 20(iv) को

उपयोग करने पर

$$\text{L.H.S.} = \frac{\cos 7x + \cos 5x}{\sin 7x + \sin 5x}$$

$$= \frac{2 \cos 7x + 5x}{2} \frac{\cos 7x - 5x}{2}$$

$$= \frac{2 \cos 7x + 5x}{2} \frac{\sin 7x - 5x}{2}$$

$$= \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\Rightarrow \cos x = \text{R.H.S.}$$

Proved that

□

19] हल

$$\left(\frac{1+i}{1-i} \right)^m = 1$$

$$= \left(\frac{1+i}{1-i} \times \frac{1+i}{1+i} \right)^m = 1$$

$$= \left(\frac{(1+i)^2}{(1)^2 - (i)^2} \right)^m = 1$$

$$= \left(\frac{(1)^2 + (i)^2 + 2 \cdot 1 \cdot i}{1 - (-1)} \right)^m = 1$$

$$= \left(\frac{1 + (-1) + 2i}{2} \right)^m = 1$$

$$= \left(\frac{2i}{2} \right)^m = 1$$

$$= i^m = 1$$

$$= m = 4 \text{ रतात } 4r$$

$$= m^4 = 1$$

अतः m की शक्ति यहाँ पर 4 रतात

20] हल: माना पहली विषय संख्या x है,
तब दूसरी संख्या = $x+2$

प्रश्नानुसार: $x > 10$ — (i)

तथा $x + (x+2) < 40$ — (ii)

सभी (ii) को हल करने पर

$$2x+2 < 40$$

या $x < 19$ — (iii)

सभी (i) और (iii) से

$$10 < x < 19$$

अतः 10 और 19 के बीच की विषय संख्या
अर्थात् (11,13) (13,15) (15,17) (17,19) होंगे।

21)

21) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

हल: LHS = $(A \cup B)'$

$$= U - (A \cup B)$$

$$= U - \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\}$$

$$= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} - \{2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

$$= \{1,9\}$$

RHS = $A' \cap B'$

$$= (U - A) \cap (U - B)$$

$$= \{1,3,5,7,9\} \cap \{1,4,6,8,9\}$$

$$= \{1,9\}$$

अतः LHS = RHS

Proved that

22) हल: क्योंकि $x^2 - 5x + 4 = (x-4)(x-1)$
इसलिए फलन f , $x=4$ और $x=1$ के
आंतरिक अंश शून्यी संख्याओं के
लिए परिभाषित है। अतः f का अंतर
 $A = \{1,4\}$ है।

उदाहरण 13. सिद्ध कीजिए कि—

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sqrt{2} \cos x. \text{ (NCERT)}$$

हल : बायाँ पक्ष = $\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

$$= \cos \frac{\pi}{4} \cos x - \sin \frac{\pi}{4} \sin x + \cos \frac{\pi}{4} \cos x$$

$$+ \sin \frac{\pi}{4} \sin x$$

98 | नवबोध गणित : कक्षा XI

$$= 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos x$$

$$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x$$

$$= \sqrt{2} \cos x$$

= दायाँ पक्ष।

यही सिद्ध करना